

Course „Mathematics“ at the Faculty of Economics and Administration, MU

In the spring semester, we provide the course Mathematics, which is compulsory for all first year students at the Faculty of Economics and Administration (and for many of them it is the only mathematical subject in their study). The course duration is 13 weeks, each week a lecture (100 min) takes place in a large auditorium for all 400 students and there are seminars (100 min) for groups of 25 students. Following topics are covered:

1. Basic concepts, infinite sequences and series
2. Functions
3. Limits of functions of one variable
4. Derivatives
5. Derivatives in use
6. Optimization of function of one variable
7. Functions of two variables
8. Integration
9. Definite integral
10. Linear algebra
11. Determinant and inverse matrix
12. Systems of linear equations
13. Linear independence

The elements of the IBE are implemented in the teaching during the lectures; the activities take place in the form of short discussions on the topic in the groups of 2-5 and subsequent online voting on socrative.com. It is usually realized in 4-6 blocks, 5 minutes each. An example of prepared voting tasks for the first 6 weeks is enclosed (in Czech).

Challenges and proposed solutions

1) Bad design of the course - too many topics, which are covered only superficially. Possible solutions?

- Discuss reduction of the topics covered by the course with the faculty management
- Alternatively, negotiate the extension of Mathematics to a two-semester course (= utopy?)
- ??

2) Low participation in direct teaching due to recording and archiving of lectures (at the end of the semester, approximately 10% of enrolled students attend the lecture). Possible solutions?

- Grant bonus points for attending lectures or participation on the voting
- Cancel recording (against faculty policy)
- Introduce obligatory watching archived videos before a "lecture" and focus more on practicing (flipped classroom approach)
- ??

3) Too much time of the seminars is devoted to doing routine tasks (in addition, there are 30 min tests during the 3rd, 5th, 7th, 9th, and 13th seminars), so there is no space for IBE activities. Possible solutions?

- Cancel the tests, or replace them by electronic tests or by homework (which is currently used as a supplementary tool)?
- Set the requirements for home preparation (eg in the form of a mini-test on knowledge of the discussed theory at the beginning of each seminar)
- ??

4) Heterogeneous level of students (absence of mathematical entrance test, partly supplemented by a pre-test in the autumn semester). Possible solutions?

- To classify into seminar groups according to the results of the autumn test
- ??

5) The requirement to re-accredit the course to be "two-speed" from 2020 (some study programs will have it in the current regime, i.e. terminated by a 6 credit exam, but guarantors of other study programs want to reduce it to 4 credits). Negative perception of discrepancy between credit valuation and the difficulty of the course. Possible solutions?

- Negotiate more credits for the course?
- Discuss a contents reduction? (e.g., consider only polynomial, exponential and logarithmic functions, as is required by some teachers of economy)
- ??

6) The resistance of most students to theory (see excerpts from student survey) Possible Solutions?

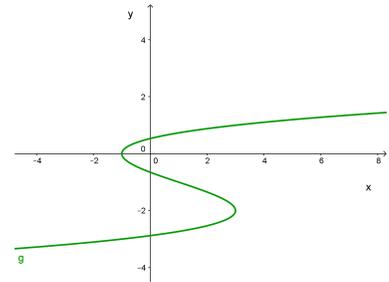
- Include more theoretical questions in the final test
- Introduce an oral exam
- More positive motivation
- ??

Excerpts from the student survey on the lectures:

- *The lectures gave me almost nothing, too much theory for people who do not understand mathematics at all, unfortunately, the seminars are too fast for me and without YouTube and other auxiliary materials I would certainly not manage the course.*
- *Lectures were about nothing when you don't know what's going on and it's a new stuff for you. I preferred learning at Utube, specifically the Czech channel of mathematics isibalo.*
- *The lectures were quite theoretical. The examples discussed included only the most basic ones. On the basis of lectures, one would not be able to calculate the problems in the test.*
- *Lectures were good, many things could be understood thanks to Socratic.*
- *The doctor's lectures have always been clear, though perhaps too theoretical, so it often happened that I understood the substance (or what it was) after solving the problems in the seminars.*
- *The lectures were not very beneficial to me. Rather, they just outlined themes for exercise.*
- *It can be seen that the lecturer is very experienced in her field, but the lectures, in my opinion, were not of great benefit to students. I think that the curriculum for the whole semester was badly planned, it was not possible to go through all the topics properly.*
- *Lectures were more for the audience who did not even need the lecture - it was rather confusing for those who did not know much about mathematics. It seemed to me that it did not help me to compute the exercises at the seminar.*
- *I would very much appreciate the use of socratic in lectures where we could immediately check whether we understood the subject matter.*

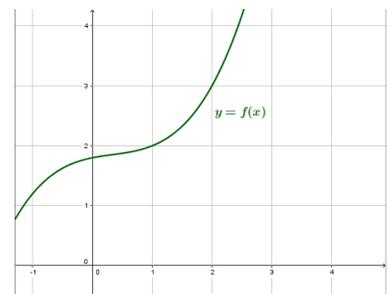
1. Na obrázku je znázorněn graf funkce $y=f(x)$.

- A True
- B False

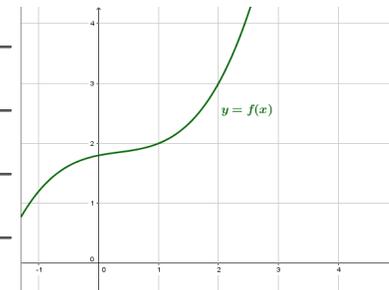


2. Funkce z obrázku je na znázorněném intervalu prostá.

- A True
- B False



3. Na obrázku je znázorněn graf funkce $y=f(x)$. Určete hodnotu $f^{-1}(3)$.



4. Je funkce $f(x)=x^2$ monotónní v oboru reálných čísel?

- A True
- B False

5. Uvedte příklad funkce, která je na svém definičním oboru rostoucí, ale není prostá.

6. Výraz zadaný na obrázku lze zjednodušit jako

- A $\log(a^4) + \log(b^7) + \log(c^5)$
- B $4 \log(a) + 7 \log(b) - 5 \log(c)$
- C $28 \log(ab) - 5 \log(c)$
- D $28(\log(a) + \log(b) - \log(c))/5$
- E ani jedno z předchozích

$$\log \left(\frac{a^4 b^7}{c^5} \right)$$

7. Vztah vyjadřující závislost množství vyrobeného produktu na objemu výrobních faktorů bývá popisován tzv. produkční funkcí. Uvažujme případ, kdy objem kapitálu K je konstantní a produkce je pouze funkcí práce, viz předpis na obrázku

O jakou závislost se jedná?

- A konstantní
- B lineární
- C kvadratickou
- D exponenciální
- E goniometrickou
- F mocninnou
- G ani jedno z předchozích

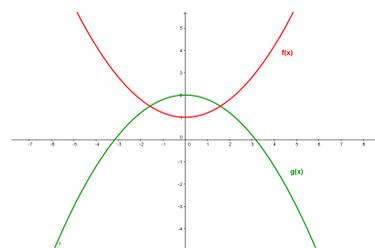
$$Q(L) = K \cdot \sqrt{L}$$

8. Pro prostou funkci $f(x)$ zjednodušte zápis složené funkce

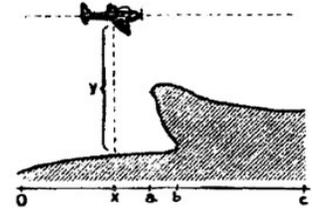
$$f^{-1}(f(f(x))) = \dots$$

9. Mezi funkcemi znázorněnými na obrázku je následující vztah:

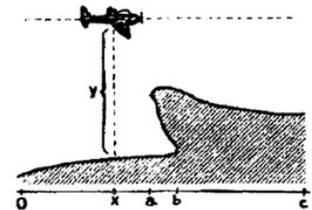
- A $g(x)=f(x+3)$
- B $g(x)=f(x-3)$
- C $g(x)=f(x)-3$
- D $g(x)=f(x)+3$
- E $g(x)=-f(x+3)$
- F $g(x)=-f(x-3)$
- G $g(x)=-f(x)-3$
- H $g(x)=-f(x)+3$
- I $g(x)=f(-x+3)$
- J $g(x)=f(-x)-3$
- K $g(x)=f(-x)-3$
- L $g(x)=f(-x)+3$



1. Uvažujte funkční závislost $y=f(x)$ výšky letadla nad zemským povrchem (y) na souřadnici (x). Překreslete si graf funkce $y=f(x)$ a odhadněte interval, na kterém je funkce rostoucí:



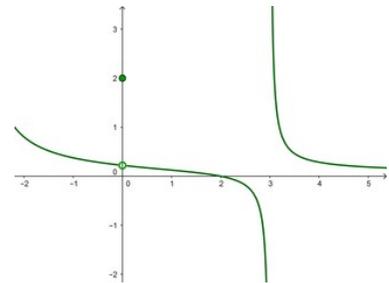
2. Uvažujte funkční závislost $y=f(x)$ výšky letadla nad zemským povrchem (y) na souřadnici (x). Překreslete si graf funkce $y=f(x)$ a odhadněte interval(y), na kterém je funkce spojitá:



3. Uvedte příklad funkce, která nemá pro $x \rightarrow \infty$ limitu.

4. Vybte všechna pravdivá tvrzení:
Funkce na obrázku...

- A je na celém znázorněném intervalu spojitá.
- B má na znázorněném intervalu jeden bod nespojitosti.
- C má na znázorněném intervalu dva body nespojitosti.
- D má na znázorněném intervalu dva body, ve kterých neexistuje limita.
- E má na znázorněném intervalu jeden bod, ve kterém neexistuje limita.
- F má na znázorněném intervalu dva body, ve kterých existuje svislá asymptota.
- G má na znázorněném intervalu jeden bod, ve kterém existuje svislá asymptota
- H na znázorněném intervalu nemá v žádném bodě svislou asymptotu.



5. Posloupnost zadaná vztahem na obrázku je divergentní.

- A True
- B False

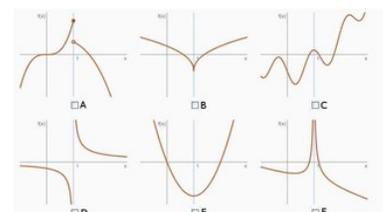
$$\left\{ \frac{(-1)^n}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

6. Doplňte hodnotu limity

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{n - n^2}$$

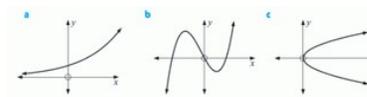
7. Vybte, na kterých obrázcích má znázorněná funkce vlastní limitu v bodě x=1.

- A
- B
- C
- D
- E
- F



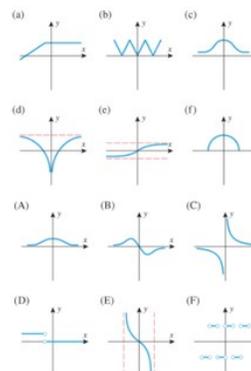
1. Která z funkcí na obrázku má na celém znázorněném oboru kladnou derivaci?

- A a
- B b
- C c



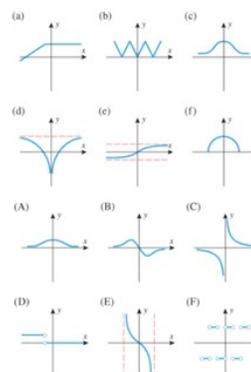
2. Přiřadte k funkci na obrázku (a) její derivaci.

- A (A)
- B (B)
- C (C)
- D (D)
- E (E)
- F (F)



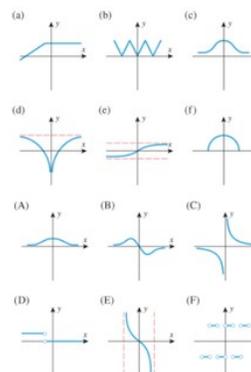
3. Přiřadte k funkci na obrázku (c) její derivaci.

- A (A)
- B (B)
- C (C)
- D (D)
- E (E)
- F (F)



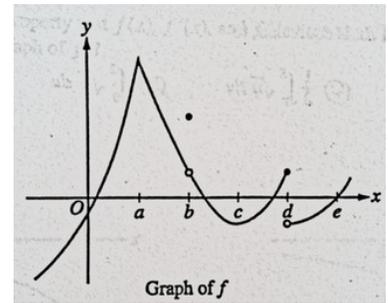
4. Přiřadte k funkci na obrázku (e) její derivaci.

- A (A)
- B (B)
- C (C)
- D (D)
- E (E)
- F (F)



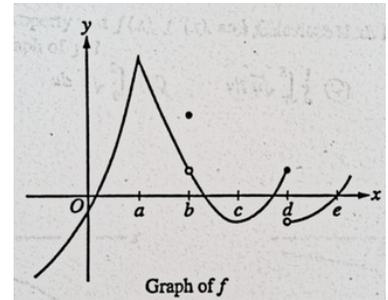
5. Ve kterých bodech je funkce znázorněná na obrázku nespojitá?

- A a
- B b
- C c
- D d
- E e



6. Ve kterých bodech nemá funkce znázorněná na obrázku derivaci?

- A a
- B b
- C c
- D d
- E e



7. Najděte hodnotu derivace pro funkci $f(x)=5$ v bodě $x=1$, $f'(1)=...$

- A 5
- B $5x$
- C 0
- D 1

8. Určete derivaci funkce $f(x)=\ln 2$, $f'(x)=...$

9. Spočtěte osmou derivaci funkce $f(x)=x^6+4x^5-2x^4+3x^3-8x-1$. $f^{(8)}(x)=...$

1. Doplňte hodnotu limity

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10} + x^9 + \dots + x^2 + x + 1}{e^x}$$

 2. Určete elasticitu veličiny $f(x) = A \cdot x^b$.

$$El_x = \dots$$

 3. Určete hodnotu parametru a , pro které je funkce $f(x)$ (zadaná předpisem na obrázku) spojitá na celém reálném oboru.

$$a = \dots$$

$$f(x) = \begin{cases} ax - 1, & x \leq 1 \\ 3x^2 + 1, & x > 1 \end{cases}$$

4. Vyberte všechna pravdivá tvrzení o funkci zadané předpisem na obrázku. (náповѣда: načrtněte si graf funkce)

- A Funkce je spojitá na celém reálném oboru
- B Funkce má derivaci na celém reálném oboru
- C Funkce je lineární
- D Funkci lze zapsat jako $f(x) = (x + |x|)/2$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

5. Pro zadanou funkci určete hodnotu derivace zprava v bodě 0.

$f'(0^+) = \dots$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

6. Pro zadanou funkci určete hodnotu derivace zleva v bodě 0.

$f'(0^-) = \dots$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

7. Vyberte všechna pravdivá tvrzení o tečně ke grafu funkce.

- A Tečna má s grafem právě jeden společný bod.
- B Tečna nemůže grafem procházet.
- C Tečný bod je jediným bodem, ve kterém mají graf funkce a tečná přímka stejný sklon.
- D Tečný bod je jediným bodem, ve kterém mají graf funkce a tečná přímka stejnou funkční hodnotu.
- E Žádné z předchozích tvrzení není pravdivé.

8. Vypočítejte x-ovou souřadnici tečného bodu, ve kterém tečna sestrojená ke grafu funkce $f(x) = x^2$ bude procházet bodem [3,8] (pokud je potřeba, zaokrouhlete na celé číslo)

$x_0 = \dots$

1. Funkce $f(x)$ má v bodě A lokální maximum a v bodě B lokální minimum. Označte všechna správná tvrzení.

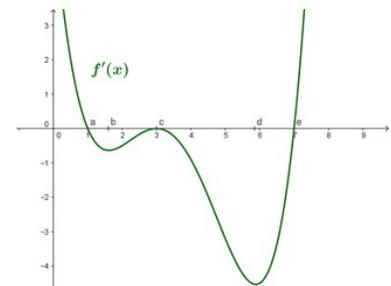
- A Funkce $f(-x)$ má v bodě A lokální maximum a v bodě B lokální minimum.
- B Funkce $f(-x)$ má v bodě A lokální minimum a v bodě B lokální maximum.
- C Funkce $f(-x)$ má v bodě -A lokální maximum a v bodě -B lokální minimum.
- D Funkce $f(-x)$ má v bodě -A lokální minimum a v bodě B lokální maximum.

2. Funkce $f(x)$ má v bodě A lokální maximum a v bodě B lokální minimum. Označte všechna správná tvrzení.

- A Funkce $-f(x)$ má v bodě A lokální maximum a v bodě B lokální minimum.
- B Funkce $-f(x)$ má v bodě A lokální minimum a v bodě B lokální maximum.
- C Funkce $-f(x)$ má v bodě -A lokální maximum a v bodě -B lokální minimum.
- D Funkce $-f(x)$ má v bodě -A lokální minimum a v bodě B lokální maximum.

3. Je dána funkce $f(x)$. Na obrázku je znázorněn graf její derivace $f'(x)$. Označte body, ve kterých má funkce $f(x)$ lokální extrém.

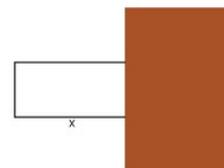
- A a
- B b
- C c
- D d
- E e



4. Firma při zapojení L jednotek práce vyrobí $2\sqrt{L}$ jednotek produktu. Je-li cena za jednotku práce 40 EUR a prodejní jednotková cena produktu 160 EUR, při jakém objemu práce maximalizuje firma zisk?

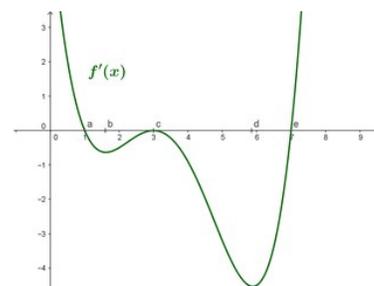
$L_{\max} = \dots$

5. Zemědělec chce přistavět ke chlévu obdélníkovou ohradu, přičemž má k dispozici 200 m pletiva. Určete, pro jakou délku strany x bude plocha ohrady maximální.
 $x=...$ m.



6. Je dána funkce $f(x)$. Na obrázku je znázorněn graf její derivace $f'(x)$. Označte inflexní body funkce $f(x)$.

- A a
- B b
- C c
- D d
- E e



7. Napište pro funkci $f(x)=1/x$ rovnici asymptoty v nevlastním bodě $+\infty$.
